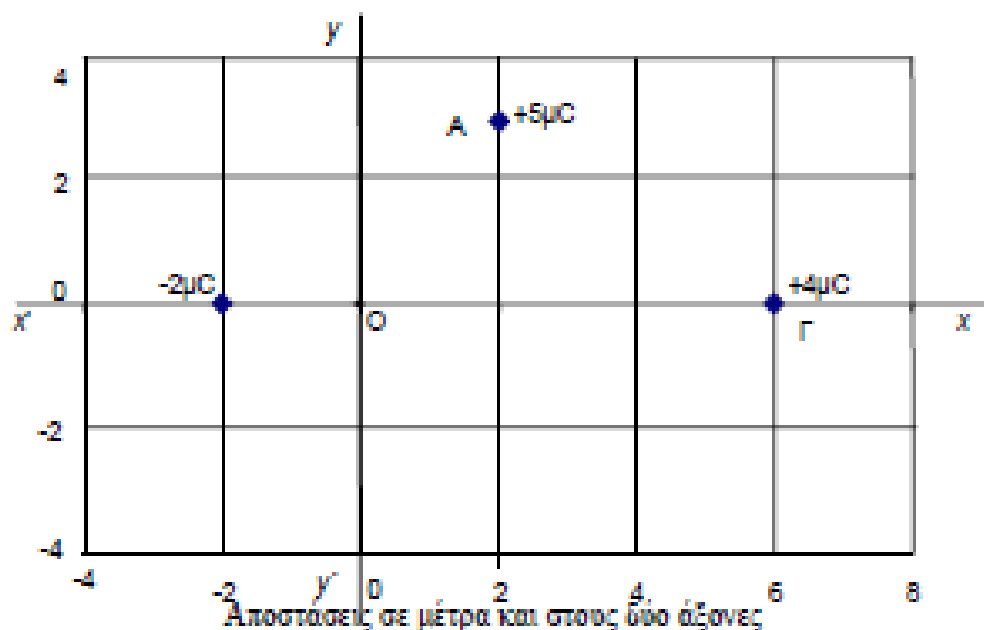


1. Ακινήτοποιούμε τρία σημειακά ηλεκτρικά φορτία, στις θέσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα, πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό.



Δ1) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων.

*Μονάδες 8*

Δ2) Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση του φορτίου που βρίσκεται στη θέση Α του σχήματος, σε άπειρη απόσταση.

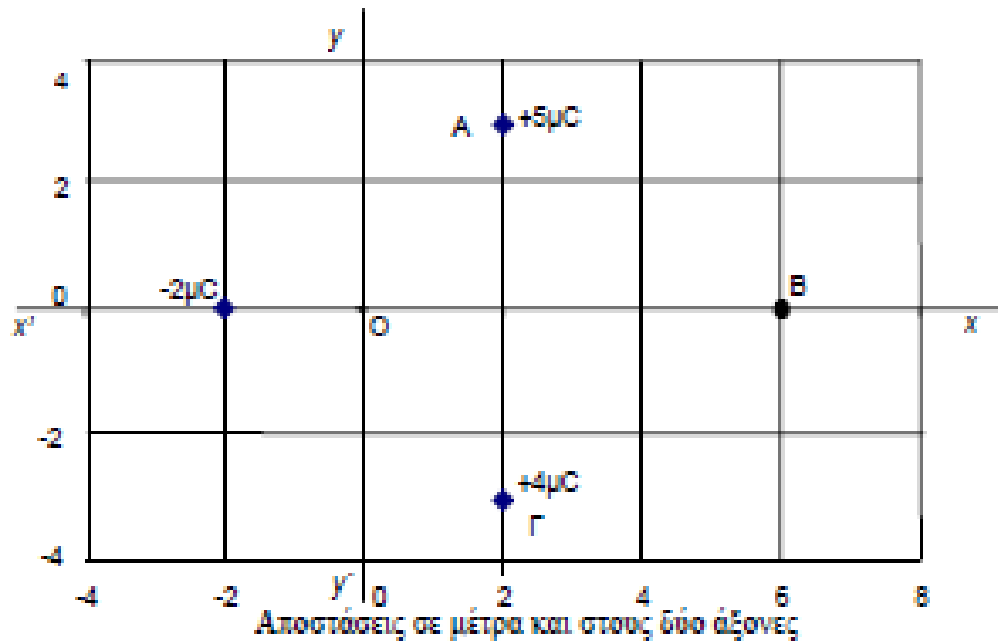
*Μονάδες 8*

Δ3) Στη συνέχεια, και στο σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων που έχουν μείνει, αποφασίζουμε να μετακινήσουμε προς τα δεξιά το φορτίο που είναι στη θέση Γ (και έχει μάζα 0,01 g) κατά 8 m μέχρι να βρεθεί σε μια νέα θέση Δ, επίσης στον οριζόντιο άξονα x'x. Αν το ηλεκτρικό αυτό φορτίο όταν βρεθεί στη θέση Δ έχει ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ , ποιο είναι το έργο που απαιτείται για αυτή τη μετακίνηση;

*Μονάδες 9*

Δίνεται  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ .

2. Ακίνητοποιούμε σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, τρία σημειακά ηλεκτρικά φορτία στις θέσεις που φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα.



Δ1) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 8

Δ2) Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση του φορτίου που βρίσκεται στη θέση Α του σχήματος, σε άπειρη απόσταση.

Μονάδες 8

Δ3) Στη συνέχεια, και στο σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων που έχουν μείνει, αποφασίζουμε να μετακινήσουμε το φορτίο που είναι αρχικά στη θέση Γ (και έχει μάζα 0,01 g) προς τη θέση Β. Αν το ηλεκτρικό αυτό φορτίο όταν βρεθεί στη θέση Β έχει ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ , ποιο είναι το έργο που απαιτείται για αυτή τη μετακίνηση;

Μονάδες 9

$$\text{Δίνεται } k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

3. Δύο φορτισμένα σωματίδια (1) και (2) έχουν μάζες  $m_1$  και  $m_2$  και ηλεκτρικά φορτία  $q_1$  και  $q_2$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Το σωματίδιο (1) εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και κατεύθυνση προς το σωματίδιο (2). Το σωματίδιο (2) ήταν αρχικά ακίνητο. Να υπολογίσετε:

Δ1) τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων, όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη,

*Μονάδες 8*

Δ2) την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν,

*Μονάδες 8*

Δ3) την απόσταση των δύο σωματιδίων, τη χρονική στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1).

*Μονάδες 9*

Δίνονται:  $m_1 = 10^{-6}$  kg ,  $m_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  kg,  $q_1 = -5$   $\mu$ C και  $q_2 = -10$   $\mu$ C,  $v_0 = 3 \cdot 10^4$  m/s,  $k_C = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>. Η αντίσταση του αέρα, τριβές και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες.

4. Δύο φορτισμένα σωματίδια έχουν μάζες  $m_1 = 0,2$  kg,  $m_2 = 0,3$  kg και φορτία  $q_1 = +\frac{7}{5} \cdot 10^{-4}$  C,

$q_2 = +\frac{1}{6} \cdot 10^{-4}$  C αντίστοιχα. Το σωματίδιο (2) αρχικά συγκρατείται ακίνητο, ενώ το (1) εκτοξεύεται

από το άπειρο, με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ , προς το σωματίδιο (2). Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι ίση με  $U_1 = 210$  J και η ταχύτητα του σωματιδίου (1) είναι  $v_1 = 100$  m/s.

Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας  $v_0$  και την απόσταση των δύο σωματιδίων τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

*Μονάδες 6*

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το σωματίδιο (2) αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Δ2) Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που θα κάνουν τα δύο σωματίδια μετά την χρονική στιγμή  $t_1$ .

*Μονάδες 5*

Δ3) Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια, καθώς και το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η απόσταση γίνεται ελάχιστη.

*Μονάδες 8*

Δ4) Τη μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 6*

Δίνεται ότι  $K_C = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>. Η αντίσταση του αέρα και η βαρυτική δύναμη θεωρούνται αμελητέες.

5. Δύο σημειακά σωματίδια με ηλεκτρικά φορτία  $q_1 = 10^{-5} \text{ C}$  και  $q_2 = -10^{-5} \text{ C}$  και ίσες μάζες  $m = 0,1 \text{ kg}$  βρίσκονται σε οριζόντιο δάπεδο σε απόσταση  $0,5 \text{ m}$ .

**Δ1)** Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια των δύο φορτίων.

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Να προσδιοριστεί το μέτρο της ταχύτητας που πρέπει να προσδώσουμε σε καθένα από τα δύο σωματίδια ώστε να μπορούν να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με την επίδραση της δύναμης Coulomb που θα παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης, γύρω από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα δύο σημειακά σωματίδια.

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να υπολογίσετε την κινητική και την ολική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 8*

**Δ4)** Να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που πρέπει να προσδοθεί στα δύο φορτία, όταν αυτά εκτελούν κυκλική κίνηση, ώστε να φτάσουν σε άπειρη απόσταση με μηδενικές ταχύτητες.

*Μονάδες 4*

Τριβές δεν υπάρχουν, η βαρύτητα δεν παίζει ρόλο, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται:  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ .

6. Σημειακό σωματίδιο (1) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_1 = 10^{-5} \text{ C}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο οριζόντιου δαπέδου κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Σημειακό σωματίδιο (2) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_2 = -10^{-5} \text{ C}$  και μάζα  $m = 0,1 \text{ kg}$  βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο σε σημείο A που απέχει απόσταση  $r = 1 \text{ m}$  από το σωματίδιο (1).

**Δ1)** Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια των δύο φορτίων.

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα κατά μέτρο που πρέπει να προσδώσουμε στο σωματίδιο (2) ώστε να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από το σωματίδιο (1) και σε ακτίνα  $r = 1 \text{ m}$  από αυτό, αν θεωρήσουμε ότι η δύναμη Coulomb παίζει το ρόλο κεντρομόλου δυνάμεως;

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να υπολογίσετε την κινητική και την ολική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 8*

**Δ4)** Να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που πρέπει να προσδοθεί στο σύστημα το δύο φορτίων, όταν το ένα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ώστε να φτάσει σε άπειρη απόσταση από το άλλο με μηδενική ταχύτητα.

*Μονάδες 4*

Τριβές δεν υπάρχουν, η βαρύτητα δεν παίζει ρόλο, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται:  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ .

7. Σημειακό σωματίδιο (1) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_1 = 10^{-4} \text{ C}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο οριζόντιου δαπέδου κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Σημειακό σωματίδιο (2) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_2 = -10^{-5} \text{ C}$  και μάζα  $m = 0,2 \text{ g}$  βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο σε σημείο Α που απέχει απόσταση  $r = 9 \text{ m}$  από το σωματίδιο (1).

Δ1) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σημειακών φορτίων, όταν απέχουν απόσταση  $r$ .

*Μονάδες 6*

Δ2) Σε ποια απόσταση από το σωματίδιο (1) θα φτάσει το σωματίδιο (2) αν εκτοξευτεί με ταχύτητα μέτρου  $v = 50\sqrt{2} \text{ m/s}$  και κατεύθυνσης αντίθετης από την κατεύθυνση στην οποία βρίσκεται το σωματίδιο (1);

*Μονάδες 6*

Δ3) Ποιο θα έπρεπε να ήταν το μέτρο της ταχύτητας του σωματίδιου (2) ώστε να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα;

*Μονάδες 6*

Επιαναφέρουμε το σωματίδιο (2) στο σημείο Α και το εκτοξεύουμε ξανά με ταχύτητα μέτρου  $v = 50\sqrt{2} \text{ m/s}$  κατεύθυνσης αντίθετης από την κατεύθυνση στην οποία βρίσκεται το σωματίδιο (1). Αυτή τη φορά το στήριγμα που κρατούσε το σωματίδιο (1) ακλόνητα στερεωμένο σπάει ταυτόχρονα με την εκτόξευση του σωματίδιο (2), οπότε το σωματίδιο (1) μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η μάζα του σωματίδιου (1) είναι ίση με τη μάζα του σωματίδιου (2).

Δ4) Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση στην οποία μπορούν να φτάσουν τα δύο σωματίδια.

*Μονάδες 7*

Τριβές δεν υπάρχουν, η βαρύτητα δεν παίζει ρόλο, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται:  $k_e = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ .

8. Σημειακό σωματίδιο (1) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_1 = 10^{-4} \text{ C}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο οριζόντιου δαπέδου που είναι κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Σημειακό σωματίδιο (2) με ηλεκτρικό φορτίο  $q_2 = 10^{-4} \text{ C}$  και μάζα  $m = 0,2 \text{ g}$  βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο σε σημείο που απέχει απόσταση  $r = 9 \text{ m}$  από το σωματίδιο (1) και εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου  $v = 100 \text{ m/s}$  με κατεύθυνση προς το σωματίδιο (1).

Δ1) Να βρεθεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που έχει αρχικά το σύστημα των δύο φορτίων.

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρεθεί η πλησιέστερη απόσταση από το σωματίδιο (2) στην οποία θα φτάσει το σωματίδιο (1).

*Μονάδες 6*

Δ3) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας που έχει το σωματίδιο (2) όταν φτάσει σε άπειρη απόσταση από το σωματίδιο (1).

*Μονάδες 6*

Επαναφέρουμε το σωματίδιο (2) στην αρχική του θέση που απέχει απόσταση  $r = 9 \text{ m}$  από το σωματίδιο (1), το εκτοξεύουμε ξανά με ταχύτητα μέτρου  $v = 100 \text{ m/s}$  με κατεύθυνση προς το σωματίδιο (1), αλλά τώρα στην κίνηση του σωματίδιου (2) παρεμβάλλεται ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο με ένταση που έχει μέτρο  $E = \frac{10^4}{6} \text{ N/C}$  και κατεύθυνση από το σωματίδιο (2) προς το σωματίδιο (1).

Δ4) Να βρεθεί η απόσταση από το σωματίδιο (1) στην οποία μεγιστοποιείται η ταχύτητα του σωματίδιου (2).

*Μονάδες 7*

Τριβές δεν υπάρχουν, η βαρύτητα δεν παίζει ρόλο, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

$$\text{Δίνεται } k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

9. Δύο σφαιρίδια Σ1 και Σ2, τα οποία θεωρούμε σημειακά σώματα έχουν μάζες  $m_1 = 0,1\text{kg}$  και  $m_2 = 0,3\text{kg}$  αντίστοιχα και ηλεκτρικά φορτία  $q_1 = 10^{-5}\text{C}$  και  $q_2 = 10^{-4}\text{C}$  αντίστοιχα. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό.

Δ1) Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σφαιριδίων όταν το Σ1 βρίσκεται σε απόσταση  $r = 18\text{m}$  από το Σ2.

*Μονάδες 5*

Φέρουμε το Σ1 σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση από το Σ2 και το εκτοξεύουμε με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 12\text{m/s}$  στην κατεύθυνση που βρίσκεται το Σ2, ενώ διατηρούμε το Σ2 ακίνητο με κάποιο μηχανισμό.

Δ2) Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση από το Σ2 στην οποία μπορεί να φτάσει το Σ1.

*Μονάδες 6*

Φέρουμε το Σ1 ξανά σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση από το Σ2 και το εκτοξεύουμε με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 12\text{m/s}$  στην κατεύθυνση που βρίσκεται το Σ2, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε το Σ2 ελεύθερο να κινηθεί στο επίπεδο χωρίς τριβές.

Δ3) Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση στην οποία μπορούν να πλησιάσουν τα δύο σφαιρίδια.

*Μονάδες 7*

Δ4) Κάποια χρονική στιγμή, και ενώ το Σ2 είναι ελεύθερο να κινείται χωρίς τριβές, παρατηρούμε ότι το Σ1 έχει ταχύτητα μέτρου  $v'_1 = 3\text{m/s}$  με κατεύθυνση αντίθετη της αρχικής ταχύτητάς του. Να βρεθεί εκείνη τη χρονική στιγμή, η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιριδίων.

*Μονάδες 7*

Δίνεται:  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ , και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δύο σφαιρίδια  $\Sigma 1$  και  $\Sigma 2$ , τα οποία θεωρούμε σημειακά σώματα έχουν μάζες  $m_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$  και  $m_2 = 10^{-2} \text{ kg}$  αντίστοιχα και ηλεκτρικά φορτία  $q_1 = \frac{10^{-4}}{3} \text{ C}$  και  $q_2 = -\frac{10^{-5}}{3} \text{ C}$  αντίστοιχα. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό.

**Δ1)** Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σφαιριδίων όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι  $r = 0,2 \text{ m}$ .

*Μονάδες 5*

Ενώ τα σφαιρίδια βρίσκονται σε απόσταση  $r = 0,2 \text{ m}$ , κρατάμε το  $\Sigma 1$  ακίνητο και εκτοξεύουμε το  $\Sigma 2$  με ταχύτητα μέτρου  $v = 10\sqrt{8} \text{ m/s}$  σε κατεύθυνση αντίθετη από τη θέση στην οποία βρίσκεται το  $\Sigma 1$ .

**Δ2)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση από το  $\Sigma 1$  στην οποία μπορεί να φτάσει το  $\Sigma 2$ .

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας την οποία θα έπρεπε να δώσουμε στο  $\Sigma 2$  από την απόσταση των  $r = 0,2 \text{ m}$ , ώστε το  $\Sigma 2$  να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, ενώ το  $\Sigma 1$  διατηρείται ακίνητο;

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Επαναφέρουμε τα δύο φορτία στην αρχική τους απόσταση  $r = 0,2 \text{ m}$ , και εκτοξεύουμε το  $\Sigma 2$  με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 20 \text{ m/s}$  όπως στο σχήμα,



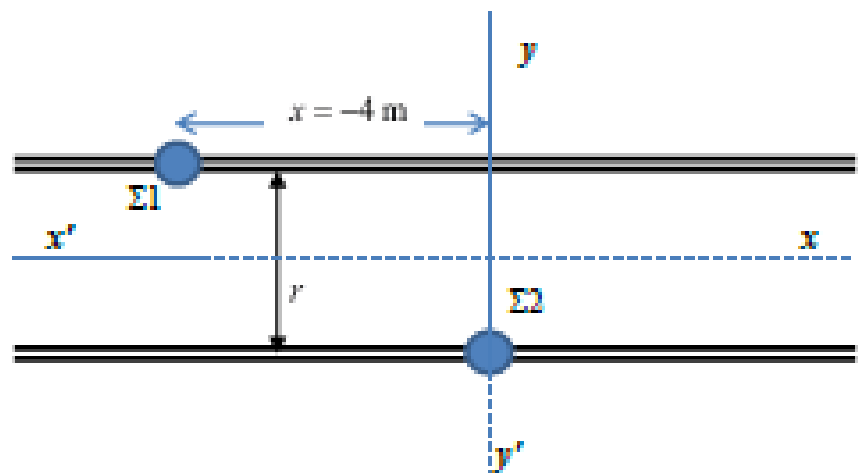
ενώ αφήνουμε το  $\Sigma 1$  ελεύθερο να κινηθεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή η ταχύτητα του  $\Sigma 2$  έχει μέτρο  $v'_2 = 8 \text{ m/s}$  και ίδια κατεύθυνση με τη  $v_2$ . Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια που έχουν τότε τα δύο σφαιρίδια.

*Μονάδες 7*

Δίνεται:  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ , και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δύο σφαιρίδια μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε παράλληλες οριζόντιες ράγες που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και είναι κατασκευασμένες από κάποιο μονωτικό υλικό. Οι ράγες απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $r = 3 \text{ m}$ . Την κάτοψη από τις



ράγες και τα σφαιρίδια βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Θεωρούμε ότι οι ράγες είναι παράλληλες στον άξονα  $x'x'$ , ενώ ο άξονας  $y'y'$  είναι κάθετος στις ράγες. Τα σφαιρίδια μπορούν με κάποιο μηχανισμό να αποκτήσουν ηλεκτρικό φορτίο. Για τις μάζες των δύο σφαιριδίων ισχύει:

$$m_1 = m_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg}, \text{ ενώ για τα ηλεκτρικά τους φορτία ισχύει: } q_1 = \frac{\sqrt{5}}{3} 10^{-4} \text{ C}, q_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3} 10^{-3} \text{ C}.$$

Δ1) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτιών όταν το Σ2 βρίσκεται σε ένα σημείο του άξονα  $y'y'$ , ενώ το Σ1 βρίσκεται σε θέση με  $x = -4 \text{ m}$ .

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ1 όταν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση από το Σ2, αν το αφήσουμε ελεύθερο να κινηθεί από την αρχική θέση που σημειώνεται στο σχήμα, ενώ το Σ2 συγκρατείται ακίνητο.

*Μονάδες 6*

Δ3) Να βρεθεί η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε το Σ1 από το άπειρο (δηλαδή από πολύ μεγάλη απόσταση) ώστε να φτάσει στην ελάχιστη δυνατή απόσταση από το Σ2, αν το Σ2 συγκρατείται στην αρχική του θέση.

*Μονάδες 6*

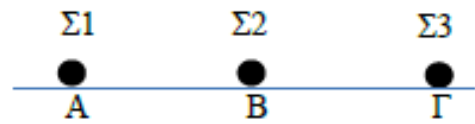
Δ4) Αν εκτοξεύαμε και τα δύο φορτία το ένα προς το μέρος που βρίσκεται το άλλο με ταχύτητες ίσων μέτρων από πολύ μεγάλη (άπειρη) μεταξύ τους απόσταση, να βρείτε την ελάχιστη απαιτούμενη τιμή του μέτρου των δύο ταχυτήτων, ώστε να έφταναν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

*Μονάδες 7*

Δίνεται:  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ , και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις είναι αμελητέες.

12

Τρία σημειακά σώματα Σ1, Σ2 και Σ3 βρίσκονται σε ευθεία, στις θέσεις Α, Β και Γ ενός οριζοντίου μονωτικού επιπέδου μεγάλων διαστάσεων. Για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει  $AB = BΓ = 3\text{ m}$ . Οι



μάζες των σωμάτων είναι  $m_1 = m_3 = 3 \cdot 10^{-2}\text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}\text{ kg}$ , ενώ για τα φορτία τους ισχύει:  $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-4}\text{ C}$ .

**Δ1)** Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Ποιο ή ποια από τα φορτία του παραπάνω συστήματος δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη όταν βρίσκονται στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί αρχικά; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

*Μονάδες 4*

**Δ3)** Αφήνουμε τα φορτία Σ1 και Σ3 ελεύθερα να κινηθούν ενώ το Σ2 παραμένει στην αρχική του θέση. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν θα έχουν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση.

*Μονάδες 8*

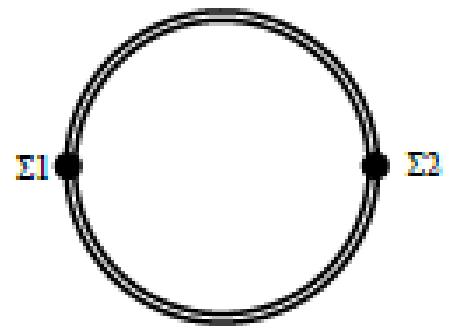
Επαναφέρουμε τα φορτία στις αρχικές τους θέσεις. Ακινητοποιούμε τα Σ1 και Σ3 στις θέσεις Α και Γ και τα κρατάμε σταθερά σε αυτές και εκτοξεύουμε το Σ2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 20\sqrt{21}\text{ m/s}$  (σε διεύθυνση διαφορετική από την ευθεία στην οποία βρίσκονται τα τρία φορτία).

**Δ4)** Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το Σ2 φτάνει στο άπειρο;

*Μονάδες 7*

Δίνεται  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ . Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία  $q_1 = q_2 = 10^{-4} \text{ C}$  και μάζες  $m_1 = m_2 = 1 \text{ g}$  μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας οριζόντιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας  $r = 3 \text{ m}$ , χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωμάτων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ1) Να βρείτε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.

*Μονάδες 6*

Δ2) Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σώματα στην κυκλική διαδρομή απορροθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο σώματα) και τα σώματα μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

*Μονάδες 6*

Επαναφέρουμε τα δύο σώματα στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες με μέτρο

$$v = 100 \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ m/s} \text{ και αντίθετες κατευθύνσεις.}$$

Δ3) Αν απελευθερώσουμε ξανά το μηχανισμό που διατηρεί τα σώματα στην κυκλική τροχιά (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο σώματα), ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

*Μονάδες 7*

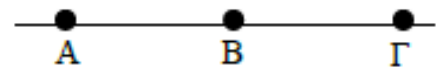
Δ4) Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σημειακά σώματα, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου  $v = 100 \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ m/s}$ .

*Μονάδες 6*

Δίνεται  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ . Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

14

Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία  $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  βρίσκονται στις θέσεις Α και Β, πάνω σε



οριζόντιο μονωμένο επίπεδο μεγάλων διαστάσεων, για τις οποίες ισχύει  $AB = 3 \text{ m}$ . Η μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο Α είναι  $m = 0,2 \text{ kg}$ .

Δ1) Να βρείτε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρεθεί η τιμή του φορτίου  $q_3$  τρίτου σημειακού φορτισμένου σώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο Γ της ευθείας ΑΒ, για το οποίο ισχύει  $B\Gamma = 3 \text{ m}$ , ώστε η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων να είναι μηδενική.

*Μονάδες 6*

Δ3) Να εξετάσετε αν σε κάποιο από τα φορτία  $q_1$ ,  $q_2$  και  $q_3$  η συνισταμένη δύναμη από τα άλλα είναι μηδέν στις θέσεις Α, Β και Γ αντίστοιχα.

*Μονάδες 6*

Ακινητοποιούμε τα φορτία  $q_2$  και  $q_3$  στις θέσεις Β και Γ και αφήνουμε το  $q_1$  ελεύθερο να κινηθεί.

Δ4) Αφού αιτιολογήσετε γιατί το φορτίο  $q_1$  μπορεί να φτάσει στο άπειρο (δηλαδή σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα άλλα δύο φορτία), να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο άπειρο.

*Μονάδες 7*

Δίνεται  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ . Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

15

Δύο σφαίρες Α και Β μικρών διαστάσεων βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό και έχουν μάζες  $m_A = 1 \text{ g}$  και  $m_B = 2 \text{ g}$ . Οι σφαίρες φέρουν ηλεκτρικά φορτία  $Q_A = 0,1 \mu\text{C}$  και  $Q_B = 0,2 \mu\text{C}$ . Κρατάμε ακίνητες τις σφαίρες σε απόσταση  $x = 2 \text{ cm}$  και κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την Α ενώ η Β συνεχίζει να κρατείται ακίνητη.

Δ1) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της σφαίρας Α μόλις αυτή αφήνεται ελεύθερη.

*Μονάδες 5*

Δ2) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας Α όταν απέχει απόσταση  $2x$  από την Β.

*Μονάδες 7*

Επαναφέρουμε τις σφαίρες στην αρχική τους θέση, δηλαδή σε απόσταση  $x$  και στη συνέχεια τις αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες και τις δύο. Τη χρονική στιγμή που αυτές απέχουν απόσταση  $2x$  να υπολογιστούν:

Δ3) Το μέτρο της επιτάχυνσης της κάθε σφαίρας,

*Μονάδες 5*

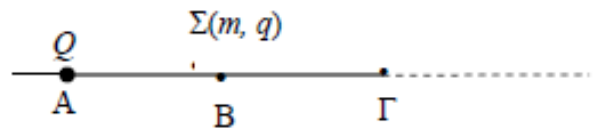
Δ4) Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας.

*Μονάδες 8*

Δίνεται  $k_C = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

16

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 0,4 \mu\text{C}$  βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο Α λείου οριζόντιου επιπέδου. Το δάπεδο είναι κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Τοποθετούμε στο σημείο Β του οριζόντιου επιπέδου, ένα σημειακό φορτισμένο αντικείμενο  $\Sigma$ , το οποίο έχει μάζα  $m = 2 \text{ mg}$  και ηλεκτρικό φορτίο  $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



**Δ1)** την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος, σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  - σημειακό φορτισμένο αντικείμενο  $\Sigma$ , όταν το  $\Sigma$  βρίσκεται στο σημείο Β.

*Μονάδες 5*

**Δ2)** το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που δέχεται το φορτισμένο αντικείμενο  $\Sigma$  από το φορτίο  $Q$ , κατά τη μετακίνηση του αντικειμένου  $\Sigma$  από το σημείο Β στο σημείο Γ.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** την ταχύτητα με την οποία φτάνει το αντικείμενο  $\Sigma$  στο σημείο Γ. Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο  $\Sigma$  είναι η δύναμη Coulomb.

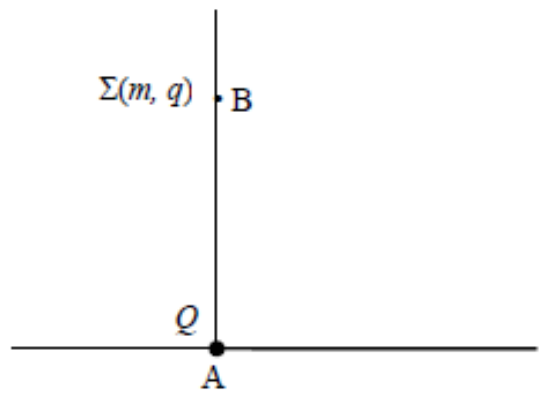
*Μονάδες 7*

**Δ4)** την ταχύτητα του φορτισμένου αντικειμένου  $\Sigma$ , μόλις αυτό φτάσει σε σημείο εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του σημειακού φορτίου  $Q$ . Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο  $\Sigma$  είναι η δύναμη Coulomb.

*Μονάδες 7*

Δίνονται ότι  $(AB) = (B\Gamma) = 1 \text{ m}$ , και η ηλεκτρική σταθερά  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ .

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 4 \mu\text{C}$  βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο A οριζόντιου μονωτικού δαπέδου. Σε σημείο B που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το φορτίο  $Q$  και σε απόσταση  $(AB) = 20 \text{ cm}$  από αυτό, αφήνουμε ελεύθερο ένα σημειακό φορτισμένο σώμα  $\Sigma$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma$  έχει μάζα  $m = 20 \text{ g}$  και ηλεκτρικό φορτίο  $q = 2 \mu\text{C}$ . Να θεωρήσετε μηδενική την αντίσταση του αέρα.



**Δ1)** Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  - σημειακό φορτισμένο σώμα  $\Sigma$ , όταν το  $\Sigma$  βρίσκεται στο σημείο B.

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Να βρείτε τη κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το σώμα  $\Sigma$ , όταν το αφήσουμε ελεύθερο στο σημείο B.

*Μονάδες 6*

Το σώμα  $\Sigma$  μετακινείται «αυθόρμητα» λόγω της αλληλεπίδρασής του με το φορτίο  $Q$ . Για μετακίνηση του σώματος  $\Sigma$  κατά  $d = 10 \text{ cm}$ , από το σημείο B όπου το αφήσαμε ελεύθερο, να υπολογίσετε:

**Δ3)** Τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  - σημειακό φορτισμένο σώμα  $\Sigma$ .

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Την ταχύτητα που θα έχει το φορτισμένο σώμα  $\Sigma$  στο τέλος της μετακίνησης αυτής.

*Μονάδες 7*

Δίνονται: η ηλεκτρική σταθερά  $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Δύο σωματίδια καθένα από τα οποία έχει φορτίο  $Q$  και μάζα  $m$  συνδέονται με αβαρές και μη εκτατό (που δεν αλλάζει το μήκος του) νήμα, από κάποιο μονωτικό υλικό με μήκος  $d$ . Το νήμα δεν επηρεάζει με οποιονδήποτε τρόπο τις ηλεκτρικές δυνάμεις.

**Δ1)** Υπολογίστε τη δυναμική ενέργεια των δύο φορτίων.

**Μονάδες 5**

Από πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση φέρουμε δύο άλλα σωματίδια, επίσης καθένα με φορτίο  $Q$  και μάζα  $m$  τα οποία συνδέονται με αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους  $d$ . Τα τέσσερα φορτία τοποθετούνται έτσι ώστε να βρίσκονται στις κορυφές τετραγώνου, πλευράς  $d$ .

**Δ2)** Να δείξετε ότι η δυναμική ενέργεια και των του συστήματος των τεσσάρων σημειακών φορτίων που βρίσκονται στις κορυφές του παραπάνω τετραγώνου δίνεται από τη σχέση

$$U = k_c \frac{Q^2}{d} (4 + \sqrt{2}).$$

**Μονάδες 7**

**Δ3)** Κρατάμε το ένα ζευγάρι από τα φορτία ακίνητο, και αφήνουμε το άλλο να κινηθεί, χωρίς να αφαιρέσουμε το νήμα που τα ενώνει. Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα με την οποία θα απομακρύνεται καθένα από τα δύο φορτία θα έχει διεύθυνση κάθετη στο νήμα που τα ενώνει.

**Μονάδες 6**

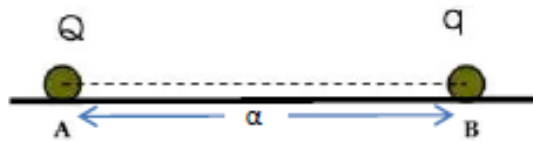
**Δ4)** Αν αφήσουμε και τα δύο ζεύγη φορτίων ελεύθερα να κινηθούν, χωρίς να αφαιρέσουμε το νήμα που ενώνει κάθε ζεύγος φορτίων, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει κάθε σωματίδιο όταν τα δύο ζεύγη φτάσουν σε πολύ μεγάλη (άπειρη) μεταξύ τους απόσταση.

**Μονάδες 7**

Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει των δεδομένων φυσικών ποσοτήτων  $Q$ ,  $m$ ,  $d$ ,  $k_c$ . Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές παραλείπονται.

19

Θεωρούμε ακλόνητο σωματίδιο Α που έχει θετικό φορτίο  $Q$ . Δεύτερο φορτισμένο σωματίδιο Β, που έχει μάζα  $m$  και θετικό φορτίο  $q$ , μπορεί να κινείται ελεύθερα στο πεδίο του φορτισμένου σωματιδίου  $Q$ . Το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται τα δύο σωματίδια είναι λείο και οριζόντιο και κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό.



Το σώμα με φορτίο  $q$  τοποθετείται αρχικά σε απόσταση  $a = 1 \text{ m}$  από το Α και αφήνεται ελεύθερο.

**Δ1)** Υπολογίστε την επιτάχυνση του σωματιδίου Β σε απόσταση  $x = 2 \text{ m}$  από το Α.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Υπολογίστε την ταχύτητα του σωματιδίου Β σε απόσταση  $x = 2 \text{ m}$  από το Α.

*Μονάδες 7*

Κατόπιν, το Β τοποθετείται σε απόσταση  $b = 2 \text{ m}$  από το Α και εκτοξεύεται με ταχύτητα  $v_0 = 3 \text{ m/s}$  προς το Α.

**Δ3)** Να περιγράψετε ποιοτικά τα είδη των κινήσεων που θα ακολουθήσει το Β, από την αρχική του θέση, μέχρι να απομακρυνθεί σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α.

*Μονάδες 5*

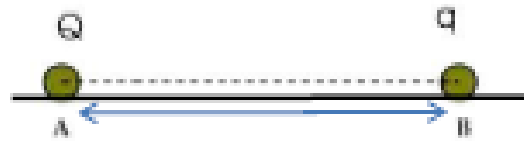
**Δ4)** Υπολογίστε την ελάχιστη απόσταση των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 7*

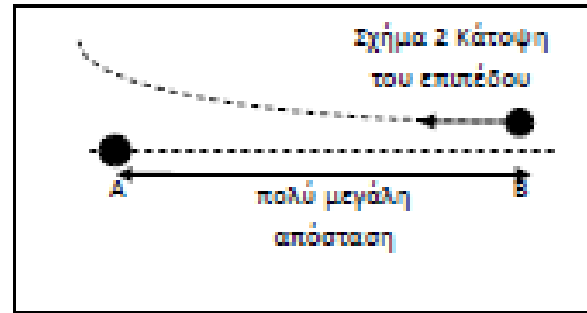
Για να διευκολυνθείτε στις πράξεις θεωρήστε ότι  $\frac{k_c \cdot Q \cdot q}{m} = 1$ .



Τα σωματίδια Α και Β συγκρατούνται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Τα σωματίδια έχουν ίσα θετικά φορτία  $Q = q$  μάζες  $m_A$  και  $m_B$  αντίστοιχα, ηλεκτρική δυναμική ενέργεια  $U$  και αφήνονται να κινηθούν.



Σχήμα 1



Δ1) Να δείξετε ότι οι ταχύτητες που έχουν κάθε χρονική στιγμή τα δύο σωματίδια είναι αντιστρόφως ανάλογες με τις μάζες τους.

*Μονάδες 5*

Δ2) Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του Β, σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α (στην απόσταση αυτή τα σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν), δίνεται από τη σχέση  $K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} \cdot U$ .

*Μονάδες 8*

Δ3) Δίνεται επιπλέον ότι η μάζα του Α είναι πολύ μεγαλύτερη της μάζας του Β ( $m_A \gg m_B$ ), τόσο όσο στους υπολογισμούς η μάζα του Β να θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του Α. Να υπολογίσετε, αξιοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος Δ2 ή με όποιο άλλο τρόπο σκεφτείτε, την κινητική ενέργεια του σωματιδίου Β όταν βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α. Από το αποτέλεσμα που βρήκατε να υπολογίσετε άμεσα και την κινητική ενέργεια του Α.

*Μονάδες 7*

Δ4) Όταν το Β φθάνει σε μεγάλη απόσταση από το Α, το εκτοξεύουμε και πάλι προς τα πίσω αλλά όχι ακριβώς στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια αλλά λίγο έκκεντρα, όπως φαίνεται στο σχήμα 2 που αποτελεί κάτοψη του επιπέδου στο οποίο γίνεται η κίνηση. Εξηγήστε γιατί το Β θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

*Μονάδες 5*

Δυο μικρές σφαίρες Α και Β με μάζες  $m_A = 1 \text{ g}$  και  $m_B$  έχουν ίσα θετικά φορτία  $Q = 2 \mu\text{C}$  και συγκρατούνται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε απόσταση  $r = 15 \text{ cm}$ .

**Δ1)** Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δυο σφαιρών όταν βρίσκονται σε απόσταση  $r = 15 \text{ cm}$ .

*Μονάδες 5*

Στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα Α να κινηθεί.

**Δ2)** Να υπολογίσετε την τιμή της αρχικής επιτάχυνσης της σφαίρας.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητάς της, όταν η απόστασή της από τη σφαίρα Β γίνει  $r' = 4r$ .

*Μονάδες 6*

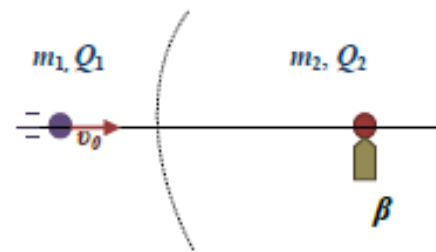
**Δ4)** Αν οι δυο σφαίρες αφήνονταν ταυτόχρονα ελεύθερες θα απομακρύνονταν μεταξύ τους μέχρι η επίδραση της μιας πάνω στη άλλη να είναι αμελητέα. Αν εκείνη τη στιγμή είχαν αποκτήσει ταχύτητες μέτρου  $v_A$  και  $v_B = 4v_A$ , να υπολογίσετε τη μάζα της σφαίρας Β καθώς και την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σφαιρών όταν θα έχουν απομακρυνθεί μέχρι η επίδραση της μιας πάνω στη άλλη να είναι αμελητέα.

*Μονάδες 8*

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η τιμή της ηλεκτρικής σταθεράς είναι

$$k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

Ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο ( $\Sigma_1$ ), μάζας  $m_1 = 16 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$  με ηλεκτρικό φορτίο  $Q_1 = 7 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , βάλλεται εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου ( $\Sigma_2$ ), ίσης μάζας ( $m_1 = m_2$ ) και διπλάσιου φορτίου ( $Q_2 = 2Q_1$ ), με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 100 \text{ m/s}$ , όπως στο διπλανό σχήμα.



Το σωματίδιο ( $\Sigma_2$ ) είναι στερεωμένο πάνω σε μονωτική βάση  $\beta$  και η αρχική απόσταση των δύο σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να θεωρούμε ότι δεν αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά μεταξύ τους όταν εκτοξεύεται το ( $\Sigma_1$ ) εναντίον του ( $\Sigma_2$ ). Τη στιγμή που η ταχύτητα του ( $\Sigma_1$ ) έχει γίνει η μισή της αρχικής, τότε λόγω της ηλεκτρικής άπωσης το στήριγμα που συγκρατεί το ( $\Sigma_2$ ) σπάει και το ( $\Sigma_2$ ) μπορεί να κινείται ελεύθερο, χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Την απόσταση  $r_1$  μεταξύ των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το ( $\Sigma_2$ ) ξεκόλλησε από τη βάση  $\beta$  και άρχισε να κινείται.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Την ελάχιστη απόσταση  $r_2$ , στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια.

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Το μέτρο της μεταβολής ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων από τη στιγμή που το ( $\Sigma_1$ ) βάλλεται εναντίον του ( $\Sigma_2$ ), μέχρι τη στιγμή που πλησίασαν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

*Μονάδες 6*

Δίνεται η σταθερά  $k_C = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ . Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές παραλείπονται.

Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 2 \text{ g}$  και  $m_2 = 4 \text{ g}$  αντίστοιχα, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε θέσεις τέτοιες, ώστε τα κέντρα τους να απέχουν μεταξύ τους  $r = 3 \text{ cm}$ . Τα δύο σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι ηλεκτρικά φορτισμένα με φορτία  $Q_1 = 4 \text{ }\mu\text{C}$  και  $Q_2 = 9 \text{ }\mu\text{C}$  αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα και αρχίζουν να κινούνται εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $r = 3 \text{ cm}$ .

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία η μεταξύ τους απόσταση έχει διπλασιαστεί.

*Μονάδες 7*

**Δ3)** Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

*Μονάδες 6*

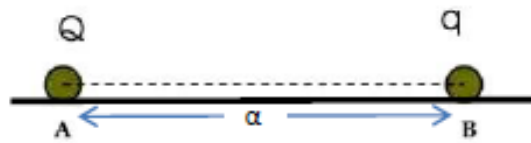
**Δ4)** Αν εκτοξεύαμε τα δύο φορτία από άπειρη απόσταση, το ένα προς το άλλο, πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, ποια θα έπρεπε να είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους ώστε να φτάσουν σε ελάχιστη απόσταση  $3 \text{ cm}$  με μηδενικές ταχύτητες;

*Μονάδες 6*

Να θεωρήσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις του αέρα. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό (αέρα)

$$k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

Θεωρούμε ακλόνητο σωματίδιο Α που έχει θετικό φορτίο  $Q$ . Δεύτερο φορτισμένο σωματίδιο Β, που έχει μάζα  $m$  και θετικό φορτίο  $q$ , μπορεί να κινείται ελεύθερα στο πεδίο του φορτισμένου σωματιδίου  $Q$ . Το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται τα δύο σωματίδια είναι λείο και οριζόντιο και κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό.



Το σώμα με φορτίο  $q$  τοποθετείται αρχικά σε απόσταση  $a = 1$  m από το Α και αφήνεται ελεύθερο.

Δ1) Υπολογίστε την επιτάχυνση του σωματιδίου Β σε απόσταση  $x = 2$  m από το Α.

*Μονάδες 6*

Δ2) Υπολογίστε την ταχύτητα του σωματιδίου Β σε απόσταση  $x = 2$  m από το Α.

*Μονάδες 7*

Κατόπιν, το Β τοποθετείται σε απόσταση  $b = 2$  m από το Α και εκτοξεύεται με ταχύτητα  $v_0 = 3$  m/s προς το Α.

Δ3) Να περιγράψετε ποιοτικά τα είδη των κινήσεων που θα ακολουθήσει το Β, από την αρχική του θέση, μέχρι να απομακρυνθεί σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α.

*Μονάδες 5*

Δ4) Υπολογίστε την ελάχιστη απόσταση των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 7*

Για να διευκολυνθείτε στις πράξεις θεωρήστε ότι  $\frac{k_c \cdot Q \cdot q}{m} = 1$ .

Ένα σωματίδιο ( $\Sigma_1$ ), με μάζα  $m_1 = 18 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$  και θετικό ηλεκτρικό φορτίο  $Q_1 = 4 \text{ } \mu\text{C}$ , εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου ( $\Sigma_2$ ), μάζας  $m_2$  και θετικού ηλεκτρικού φορτίου  $Q_2 = 2 \cdot Q_1$ , το οποίο είναι αρχικά ακίνητο. Τη στιγμή της εκτόξευσης του ( $\Sigma_1$ ) η απόσταση είναι αρκετά μεγάλη, ώστε τα δύο φορτία να μην αλληλεπιδρούν.

**Δ1)** Αν το ( $\Sigma_2$ ) είναι στερεωμένο, ώστε να παραμένει συνεχώς ακίνητο, να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση προσέγγισης  $r_1$  μεταξύ των δύο σωματιδίων.

*Μονάδες 6*

Στην περίπτωση που το ( $\Sigma_2$ ) είναι αρχικά ακίνητο, αλλά είναι ελεύθερο να κινηθεί κάτω από την αλληλεπίδραση του με το ( $\Sigma_1$ ), γνωρίζουμε ότι αν εκτοξεύσουμε το ( $\Sigma_1$ ) με την ίδια ταχύτητα ( $\vec{v}_0' = \vec{v}_0$ ) εναντίον του ( $\Sigma_2$ ), θα κατάφερνε να το πλησιάσει σε διπλάσια απόσταση ( $r_2 = 2 \cdot r_1$ ) σε σχέση με το προηγούμενο πείραμα. Σε αυτή την περίπτωση να υπολογίσετε:

**Δ2)** τη μάζα του ( $\Sigma_2$ )

*Μονάδες 7*

**Δ3)** την ταχύτητα των δύο σωματιδίων όταν βρεθούν στην ελάχιστη απόσταση

*Μονάδες 6*

**Δ4)** το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του ( $\Sigma_1$ ) που έχει μεταβιβαστεί ως κινητική ενέργεια στο ( $\Sigma_2$ ) όταν τα σωματίδια βρίσκονται στην ελάχιστη απόσταση  $r_2$ .

*Μονάδες 6*

Να θεωρήσετε ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και κάθε μορφής αντιστάσεις και τριβές στην κίνηση των σωματιδίων είναι ασήμαντες. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά

$$k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

26

Ένα σημειακό φορτίο  $Q = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$  βρίσκεται ακίνητο στην επιφάνεια της Γης, και στην κατακόρυφο που διέρχεται από το  $Q$  σε ύψος  $h = 0,1 \text{ m}$  από αυτό, κρατείται ακίνητο δεύτερο σημειακό σωματίδιο μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$  και φορτίου  $q = 10^{-6} \text{ C}$  όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το φορτίο  $q$ .

**Δ1)** Να εξηγήσετε γιατί το φορτίο  $q$  θα ξεκινήσει να κινείται προς τα επάνω.

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση, από το φορτίο  $Q$ , στην οποία θα φθάσει το  $q$ .

*Μονάδες 6*

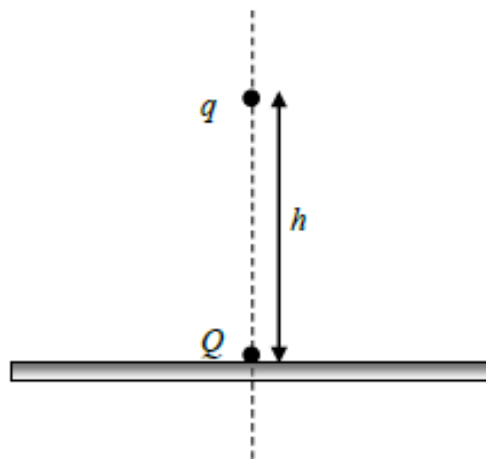
**Δ3)** Σε ποια θέση, κατά την άνοδό του, θα αποκτήσει το φορτίο  $q$  την μέγιστη ταχύτητα;

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Υπολογίστε αυτή τη μέγιστη ταχύτητα.

*Μονάδες 8*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , η σταθερά του νόμου του Coulomb  $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ , και ότι  $\sqrt{12,25} = 3,5$ .



27

Δύο σημειακά φορτία  $Q_1 = 2 \mu\text{C}$  και  $Q_2 = 3 \text{ nC}$ , με μάζες  $m_1 = 6 \text{ g}$  και  $m_2 = 3 \text{ g}$  αντιστοίχως, συγκρατούνται ακίνητα σε απόσταση  $d = 3 \text{ cm}$ . Κάποια στιγμή τα φορτία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν. Θεωρήστε ότι τα φορτία βρίσκονται σε περιοχή του χώρου που δεν υφίστανται καμία άλλη επίδραση πέρα από την ηλεκτρική δύναμη που ασκεί το ένα στο άλλο. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Την αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων. Τι εκφράζει αυτή η ενέργεια;

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Την αρχική ηλεκτρική δύναμη με την οποία αλληλεπιδρούν τα δύο φορτία, καθώς και την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το κάθε σώμα τη στιγμή που θα αφεθούν ελεύθερα.

*Μονάδες 7*

**Δ3)** Τη σχέση των ταχυτήτων των δύο φορτίων οποιαδήποτε χρονική στιγμή καθώς αυτά απομακρύνονται.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Τις μέγιστες κινητικές ενέργειες που θα αποκτήσουν τα φορτία, καθώς και το που θα συμβεί αυτό.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η σταθερά του νόμου του Coulomb  $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .